

Differenzierungsstunde Mathematik Klasse 10

Typ: Arbeiten mit dem Schulbuch auf verschiedenen Niveaustufen

Didaktischer Kommentar:

1. Arbeit mit dem Schulbuch: Begründung und Zielsetzung

- Das Schulbuch soll nicht nur als Aufgabensammlung dienen, sondern auch als Hilfsmittel zur selbstständigen Erarbeitung und Vertiefung von neuen Inhalten.
- Durch die Auswahl und den Einsatz geeigneter Einführungstexte aus Schulbüchern für die selbstständige Schülerarbeit soll die Lesekompetenz der SuS im Mathematikunterricht konsequent gefördert werden (Vorbereitung auf die Kursstufe und ein Studium).
- Dabei wird schwerpunktmäßig der Ansatz verfolgt, durch gezielte Variation der Schulbuchbeispiele das genaue Lesen zu fördern und das Verständnis der SuS zu prüfen.
- Reduktion des Vorbereitungsaufwands für den Lehrer: Die Erstellung und Kopie aufwändiger Materialien für die selbstständige Schülerarbeit entfällt.

2. Gestaltung der differenzierten Arbeitsaufträge

Auf allen drei Niveaustufen (A: grundlegendes Niveau; B: mittleres Niveau, C: gehobenes Niveau) wird parallel dasselbe Thema (Verfahren zur Bestimmung von Nullstellen ganzrationaler Funktionen) erarbeitet.

Die Arbeitsaufträge unterscheiden sich im Umfang der Variation und eigenständigen Reflexion der Schulbuchbeispiele (Möglichkeiten und Grenzen der dargestellten Verfahren ausloten):

Niveau A: Die im Buch dargestellten Verfahren zur Nullstellenbestimmung werden nachvollzogen und an vorgegebenen Beispielen umgesetzt. Dabei werden die Schulbuchbeispiele nur geringfügig variiert („Wackeln“ an den Koeffizienten), so dass eine Bearbeitung in enger Analogie zum Vorgehen im Buch möglich ist.

Niveau B: Im Buch dargestellte Verfahren zur Nullstellenbestimmung werden nachvollzogen und an geeigneten selbstgewählten Beispielen umgesetzt. Zusätzlich werden Grenzen der Anwendbarkeit der Verfahren an Beispielen erläutert. Das Substitutionsverfahren wird auf nicht biquadratische Gleichungen verallgemeinert.

Niveau C: Die SuS versuchen zunächst ohne Hilfestellung durch das Buch die gestellte Einstiegsaufgabe auf der Grundlage ihrer Vorkenntnisse (Ausklammern, Satz vom Nullprodukt, lösen quadratischer Gleichungen) zu lösen und setzen sich erst im Anschluss mit den im Buch dargestellten Verfahren auseinander. Dabei loten sie Möglichkeiten und Grenzen der dargestellten Verfahren durch Beispiele und

3. Leitlinien für den Aufbau der Differenzierungsstunde

- Die Stunde beginnt und endet mit einer gemeinsamen Phase im Plenum. Die Fragestellungen und Arbeitsaufträge in diesen Phasen werden jeweils so offen gestellt, dass alle SuS die Möglichkeit haben, sich zu beteiligen.
- Die Einstiegsaufgabe zu Stundenbeginn lässt Argumentationen auf unterschiedlichen Niveaus zu: Mit dem Ausschlussverfahren kann rasch festgestellt werden, dass die Schaubilder A und D nicht in Frage kommen. Dabei können alle SuS ihre Vorkenntnisse über den Schnittpunkt mit der y-Achse und das Verhalten ganzrationaler Funktionen für $x \rightarrow \pm\infty$ einbringen. Gemeinsam wird erkannt, dass zu Klärung der Frage die Schnittpunkte mit der x-Achse bzw. die Nullstellen der Funktion zu bekannt sein müssten. Der Arbeitsauftrag diese zu bestimmen erfolgt für alle.
- Am Schluss der Stunde werden die Untersuchungen der SuS gebündelt, in dem die SuS die erlernten Verfahren an eigenen Beispielen erläutern und reflektieren. Dabei werden die Voraussetzungen zur Anwendung der Verfahren durch Beispiele und Gegenbeispiele deutlich herausgearbeitet. Während leistungsschwächere SuS sich schwerpunktmäßig bei der Erläuterung der Verfahren einbringen können, werden die leistungsstärkeren SuS vor allem beim Erkennen von möglichen Fehlern und Grenzen in der Anwendung der Verfahren gefordert. Ggf. stellen einzelnen SuS die Beispiele zur Verallgemeinerung des Substitutionsverfahrens vor.

Arbeiten mit dem Schulbuch auf verschiedenen Niveaustufen am Beispiel des Thema Nullstellen ganzrationaler Funktionen (LS 10, 2016, S. 23)

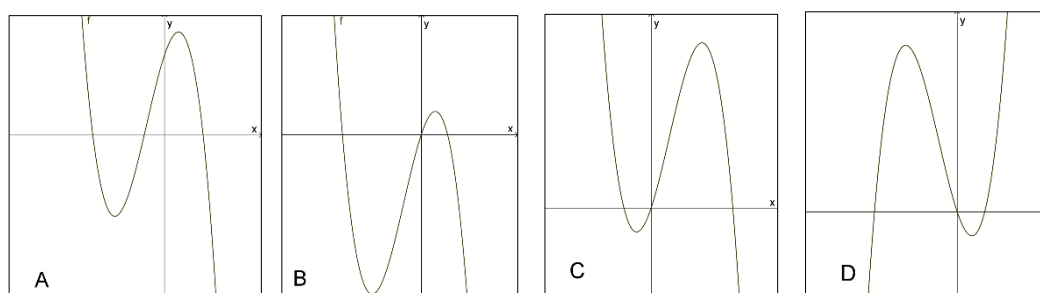
Zeitbedarf: Eine Doppelstunde

Differenzierung auf 2-3 Niveaustufen

Ablauf:

1. Hinführung zum Thema der Stunde (Plenum; 5-10')

Einstiegsfrage: Welches der vier Schaubilder zeigt den Graphen der Funktion f mit $f(x) = -x^3 - 2x^2 + 3x$?



Zuordnung nach dem Ausschlussverfahren (Vorkenntnisse über das Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$; y-Achsenabschnitt)

Problem: exakte Bestimmung der Nullstellen?

Bekanntgabe des Stundenthemas und Erläuterung des weiteren Vorgehens (selbstständige Erarbeitung mithilfe des Schulbuches auf zwei verschiedenen Niveaustufen)

2. Selbstständige Erarbeitung des Themas „Verfahren zur Bestimmung von Nullstellen ganzrationaler Funktionen“ (Einzel- oder Partnerarbeit; 45')

Schulbuchtext: LS 10 (2016), S. 23-24

Arbeitsauftrag für Niveau A: Im Buch dargestellte Verfahren zur Nullstellenbestimmung nachvollziehen und an vorgegebenen Beispielen umsetzen (in enger Analogie zu den Beispielen im Buch)

1) Text auf Seite 23 lesen, Beispiele nachvollziehen und anschließend die Verfahren (1) – (3) erneut an folgenden leicht veränderten Beispielen durchführen:

$$f(x) = -2x^2 + x + 1, g(x) = 4x^3 - x, h(x) = 2x^4 - x^2 - 1$$

2) Beispiel auf Seite 24 nachvollziehen und anschließend analog zum Beispiel eine Variante des Beispiels durchführen: a) $f(x) = x^4 + 3x^2 + 4$ b) $f(x) = 3x^3$ und $g(x) = 2x^2 - \frac{1}{3}x$

3) Lösung der Einstiegsaufgabe

Arbeitsauftrag für Niveau B: Im Buch dargestellte Verfahren zur Nullstellenbestimmung nachvollziehen und an geeigneten selbstgewählten Beispielen umsetzen. Grenzen der Anwendbarkeit der Verfahren an Beispielen erläutern. Verallgemeinerung des Substitutionsverfahrens.

- 1) Text auf Seite 23 lesen und mithilfe des passenden Verfahrens die Einstiegsaufgabe lösen. Zu jedem Verfahren ein weiteres Beispiel angeben und lösen. Anschließend jedes Beispiel an einer Stelle so ändern, dass es nicht mehr mit dem jeweiligen Verfahren gelöst werden kann.
- 2) Beispiel auf Seite 24 nachvollziehen. Lösung von a) für $f(x) = x^6 - 3x^3 - 4$; Angabe von weiteren Beispielen, die sich durch verschiedene (nicht quadratische) Substitutionen lösen lassen.

Arbeitsauftrag für Niveau C: Lösung der Einstiegsaufgabe ohne Hilfestellung; Möglichkeiten und Grenzen der im Buch dargestellten Verfahren durch Beispiele und Gegenbeispiele ausloten; Recherche zum Problem der Verallgemeinerung: Lösungsformel für Gleichungen vom Grad n für $n > 2$.

- 1) Lösung der Einstiegsaufgabe ohne Hilfestellung. Anschließend Text auf Seite 23 und 24 lesen. Dargestellte Lösungsverfahren mit dem eigenen Lösungsverfahren bei der Einstiegsaufgabe vergleichen. Zu jedem Verfahren ein weiteres Beispiel angeben. Gleichungen nennen, die sich mit keinem der dargestellten Verfahren lösen lassen.
- 2) Beispiel auf Seite 24 durcharbeiten und verallgemeinern: Die Anzahl der Nullstellen der Funktion f_a mit $f_a(x) = x^4 - 3x^2 + a$ in Abhängigkeit von a bestimmen und an Skizze erläutern.
- 3) Recherche: Lösungsformeln für Gleichungen 3. und 4. Grades? (Internet oder vorgegebene Literatur, z. B. MNU 2016/03; Arbeitsblatt auf Seite 161)

3. Integrationsphase (Plenum; 20-30 Minuten)

Einzelne SuS geben selbst gebildete Beispiele an. Die übrigen SuS überlegen, ob und wenn ja mit welchem Verfahren diese gelöst werden können.

Gezielte Besprechung von Schwierigkeiten: Berechnung der Nullstellen bzw. Begründung, warum keines der Verfahren greift. Ggf. Verallgemeinerung des Substitutionsverfahrens.

Sicherung z. B. in Form einer Tabelle

Verfahren zur Nullstellberechnung		
Beispiele	Gleichung / Lösungsverfahren	Nullstellen
1) $f(x) = x^3 - 4x^2 - 5x$	$x^3 - 4x^2 - 5x = 0$ $x \cdot (x^2 - 4x - 5) = 0$ <ul style="list-style-type: none"> • Satz vom Nullprodukt • „Mitternachtsformel“ 	$x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = 5$
2) $f(x) = x^3 - 4x - 5$	$x^3 - 4x^2 - 5 = 0$ <ul style="list-style-type: none"> • Ausklammern nicht möglich! → Satz vom Nullprodukt kann nicht angewendet werden 	nur Näherungslösung mit GTR $x_1 \approx 4,27$